

**ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ ПРОБНОГО ЕКЗАМЕНУ**

**Відповіді наводьте з правильною кількістю значущих цифр!**

Функція нормального розподілу

$$P(u) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^u \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx$$

Перевірка гіпотез про функцію розподілу

$$\chi^2_{\text{exp}} = \sum_{i=1}^K \frac{(v_i - v_i^{\text{теор}})^2}{v_i}$$

Функція експоненціального розподілу

$$P(u) = 1 - \exp\left(-\frac{u-a}{b}\right), u > a, b > 0.$$

Перевірка гіпотез про адекватність регресійної моделі

$$\chi^2_{\text{експ}} = \sum_{i=1}^N \xi_i^2$$

1. В таблиці наведено результати повторних визначень мангану в сталі.

Масові частки (x)	1.00-1.01	1.01-1.02	1.02-1.025	1.025-1.030	1.03-1.04	1.04-1.06
Кількість результатів	6	7	12	12	7	5

1.1. Знайдіть середнє значення та стандартне відхилення x.

1.2. З використанням критерію  $\chi^2$  перевірте гіпотезу про узгодження результатів аналізу з нормальним розподілом.

1.3. Уявіть, що результати вимірювань узгоджуються з експоненціальним розподілом. Графічним методом знайдіть параметри функції розподілу. З використанням критерію  $\chi^2$  перевірте гіпотезу про узгодження результатів аналізу з експоненціальним розподілом.

2. Густина розподілу випадкової величини x виражається рівнянням

$$f(x) = 0.1e^{-\frac{(x-1)^2}{A}}$$

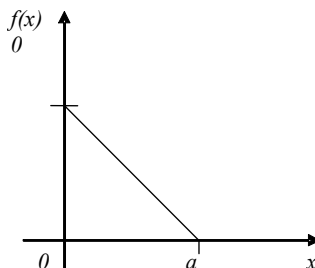
2.1. Знайдіть коефіцієнт A, запишіть значення параметрів закону розподілу: першого початкового момент (математичного сподівання)  $\mu$  та другого центрального моменту (дисперсії)  $\sigma^2$

2.2. Запишіть вираз для функції розподілу F(x).

2.3. Розрахуйте ймовірність потрапляння x в інтервал [-1; 0.5].

3. Студенти багаторазово виміряли незалежні фізичні величини x та y. З'ясувалося що  $x = 50$  (стандартне відхилення  $\sigma_x = 1$ ),  $y = 10$  ( $\sigma_y = 2$ ). Знайдіть значення фізичної величини Z та її стандартне відхилення для випадків: а)  $Z = x - y$ ; б)  $Z = x \times y$ ; в)  $Z = \ln x$ .

4. Щільність вероятности случайной величины x имеет вид, указанный на рисунке («закон прямоугольного треугольника»).



4.1. Напишите выражение для плотности распределения. 4.2. Найдите функцию распределения и постройте ее график. 4.3. Найдите вероятность попадания случайной величины x в промежуток от (a/2) до a.

5. В цьому завданні ви повинні оцінити адекватність регресійної моделі. У фізико-хімічних дослідженнях знайдено залежність показника відбиття (n) розчину сахарози від температури. В таблиці наведено виміряні та розраховані за регресійним рівнянням (містить два підгоночні параметри) значення n. Відносне стандартне відхилення виміряних n становить 0.5%.

№ досліджу	n <sup>експеримент</sup>	n <sup>розрахунок</sup>	№ досліджу	n <sup>експеримент</sup>	n <sup>розрахунок</sup>
1	1.303	1.298	5	1.484	1.470
2	1.404	1.411	6	1.512	1.514
3	1.456	1.460	7	1.536	1.539
4	1.473	1.469	8	1.543	1.537

5.1. Розрахуйте статистичні ваги  $w_k$  та локальні критерії адекватності – зважені залишки  $\xi_k = w_k^{1/2} \cdot (n^{\text{розрахунок}} - n^{\text{експеримент}})$ .

5.2. Побудуйте графік залежності  $\xi_k$  від  $n^{\text{розрахунок}}$  та зробіть висновок щодо адекватності регресійної моделі.

5.3. Перевірте гіпотезу про адекватність регресійної моделі за критерієм  $\chi^2$ .

Лектор, зав. кафедри

Холін Ю.В.